

«МАТЕМАТИЧЕСКИЕ РУКОПИСИ» К. МАРКСА И РАЗВИТИЕ ИСТОРИИ МАТЕМАТИКИ В СССР

В. Н. МОЛОДШИЙ

В связи со 150-летием со дня рождения К. Маркса в 1968 г. вышла в свет книга под названием: К. Маркс «Математические рукописи» [1]. В нее вошли в русском переводе и на языке оригинала «все рукописи Маркса, носящие более или менее законченный характер или содержащие его самостоятельные замечания, по тем или иным математическим вопросам» [1, с. 3]. Часть математических рукописей К. Маркса, содержащая результаты его размышлений над сущностью дифференциального исчисления, была опубликована в русском переводе в 1933 г. [2].

Математические рукописи К. Маркса для советских историков математики явились важным дополнением к фундаментальным трудам классиков марксизма-ленинизма, на которые они постоянно опирались в своих исследованиях. Я имею в виду «Капитал» Маркса, «Анти-Дюринг» и «Диалектику природы» Ф. Энгельса, «Материализм и эмпириокритицизм» и «Философские тетради» В. И. Ленина. «Математические рукописи Маркса» помогли советским ученым лучше разобраться в философско-методологических вопросах, существенных для разработки истории математики, в некоторой мере определили конкретную тематику их исследований, особенно по истории математического анализа и его оснований в XVII—XIX веках.

К. Маркс приступил к углубленному изучению математики в связи со своими экономическими исследованиями [1, с. 4—6]. Математические рукописи Маркса показали, что впоследствии он заинтересовался и чисто математической проблематикой — вопросами обоснования дифференциального исчисления и его историей. К. Маркс выявил недостатки основных концепций дифференциального исчисления конца XVII — начала XIX веков и начал разрабатывать свою концепцию «алгебраического дифференцирования» с философско-методологическими и историческими вопросами, тесно с ней связанными [1, с. 6—22]. Эта концепция Маркса существенно отличается от одноименной концепции Лагранжа.

Маркс трактовал дифференциал функции как оперативный символ. В этой связи он исследовал вопросы, относящиеся к природе абстракций математики и ее символов, к уточнению определений переменной и функции, к математическим средствам описания движения. Вопрос о закономерностях развития математических концепций Маркс обсуждал в «Историческом очерке», на примере хода и итогов разработки основ дифференциального исчисления в XVII—XVIII веках.

Вопрос о природе абстракций математики играет немалую роль и при разработке проблем обоснования современной математики и математической логики. Достаточно вспомнить борьбу сторонников и противников понятия актуальной бесконечности. Диалектико-материалистическая разработка проблем формирования и видов абстракций постоянно привлекала внимание С. А. Яновской и некоторых ее учеников — как философов, так и математиков [3]. В их исследованиях анализировались и получали новое освещение факты истории исчислений, аксиоматический метод и вопросы математической логики [4]. Приводились сопоставления с «Ка-

питалом» К. Маркса. Неслучайно, конечно, Маркс сам неоднократно указывал на сходство логики математики с логикой «Капитала» [5]. Полученные в этой связи результаты использовались Яновской при разработке вопроса о гносеологической основе критерия истины в математике (практика — непротиворечивость [6]) и понятия математической строгости [7]. В творчестве С. А. Яновской начало и завершение таких исследований связано с двумя ее работами: «О так называемых „определениях через абстракцию“» (1935); «Проблема введения и исключения абстракций более высоких (чем первый) порядков» (1965) [7].

Вопрос об оперативной силе математических знаков привлекает внимание современных исследователей, особенно философов и логиков. Развита Марксом трактовка знаков dx и dy как оперативных символов получила впервые развернутое освещение и чисто математическую оценку в статье В. И. Гливенко [8]¹. Мысли Маркса об оперативной силе этих знаков справедливы и в отношении более широкого материала современной математики. Это важно для истории математики, коль скоро речь заходит о научном объяснении причин зарождения и развития эффективных математических концепций и методов особенно в XIX и XX веках.

Идеи классиков марксизма-ленинизма о внутренних закономерностях развития науки историки математики изучали по многим их работам до публикации математических рукописей К. Маркса. Но в «Историческом очерке» Маркс анализировал внутренние закономерности развития математики на примере разработки основ дифференциального исчисления.

Маркс показал, что новая математическая теория может возникнуть и получить развитие, когда внутри существующих математических теорий созданы для этого необходимые предпосылки. Она «становится на собственные ноги», когда ее основные понятия и методы приобретают только им присущие особенности, которыми не обладали их эмбриональные формы в исходных математических теориях. Маркс подчеркнул, что новая теория совершенствуется и получает признание не сразу, а в борьбе ее приверженцев со сторонниками старых идей.

Сравнив три концепции — Ньютона — Лейбница, Даламбера и Лагранжа, — Маркс отметил, что в рассматриваемый им период времени разработка способов обоснования дифференциального исчисления шла по линии совершенствования и уточнения.

В числе первых исследований, проведенных под влиянием указанных идей Маркса, — работы С. А. Яновской «Мишель Ролль как критик анализа бесконечно малых»² и К. А. Рыбникова «Об алгебраических корнях дифференциального исчисления» [9] и «О роли алгоритмов в истории обоснования математического анализа» [10].

Вопрос о внутренних закономерностях развития математики исследовали впоследствии не только историки математики, он привлек внимание математиков и философов. Разработка этого вопроса оказалась необходимой для анализа сущности и механизма научных революций в математике.

«Исторический очерк» К. Маркса помог выявить философско-методологическую основу ошибочных и недостаточно точно обоснованных заключений некоторых выдающихся математиков прошлых веков. Яновская рассмотрела основания ошибки Саккери при доказательстве аксиомы параллельности [11]. Рыбников раскрыл неточности в рассуждениях И. Бернулли и Я. Бернулли, допущенные ими при анализе одного вопроса вариационного исчисления [12]. Э. Я. Бахмутская сопоставила критические замечания К. Маркса и Т. Ф. Осиповского о концепции «алгебраического дифференцирования» Лагранжа [13].

Изучение учебных руководств по математике, опубликованных преимущественно в XVII—XVIII веках, показало, что процесс их совершен-

¹ Аналогичные идеи высказал несколько позднее М. Фреше [8].

² Эта работа, опубликованная в первые в 1947 г., переиздана в [3, с. 76—106].

ствования сопровождался порой появлением в них материала, который выходит за рамки господствующих научных идей, но впоследствии стал компонентом новых концепций, с новой методологией [14]. Это способствовало образованию «климата благоприятствования» для завоевания новыми концепциями господствующего положения — эволюционным путем или путем научной революции.

А. П. Юшкевич отметил [15], а затем С. А. Яновская и Н. И. Лихолетов показали [16], что с 1804 г. по 1834 г. преподавание дифференциального исчисления в Московском университете прошло последовательно три этапа, воспроизводя его «мистическую», «рациональную» и «чисто алгебраическую» формы. Идеи Коши пришли им на смену около середины XIX века. Примерно то же можно сказать о преподавании математического анализа в других университетах и высших учебных заведениях России первой половины XIX века [17, 18].

Исследования советских историков математики подтвердили как правильность Марксовой критики концепции дифференциального исчисления Ньютона — Лейбница, Даламбера и Лагранжа³, так и положение Маркса о том, что разработка вопросов обоснования дифференциального исчисления в этих концепциях все же шла по восходящей линии (а потому и способствовала получению конкретных результатов). Идею содержание «Исторического очерка» К. Маркса стало исходным пунктом тех разделов некоторых курсов истории математики, в которых речь идет о развитии математического анализа [19]. Описание содержания и методологического значения математических рукописей К. Маркса дано во втором издании БСЭ [20], в «Философской энциклопедии» [21]. Им были посвящены статьи во многих журналах, в частности в «Успехах математических наук» [22], «Под знаменем марксизма» [23], «Вопросы философии» [24], «Математика в школе» [25]. В «Истории отечественной математики» дана сжатая характеристика роли «Математических рукописей» Маркса в развитии истории математики в СССР за пятьдесят лет [26].

Для диалектико-материалистической разработки истории математики XIX—XX вв. имеет принципиальное значение вопрос о стимулах, закономерностях и формах научных революций в математике этого времени. Результативное исследование этого вопроса неотделимо от анализа закономерностей развития математических концепций и теорий как единого целого с их основными понятиями, принципами, методами доказательств и нормами математической строгости. Но именно так Маркс в «Историческом очерке» ставил и исследовал вопрос о развитии способов обоснования дифференциального исчисления от Ньютона и Лейбница до Лагранжа. Когда проблема научных революций займет в исследованиях наших историков математики подобающее ей место, они убедятся, что идеи Маркса о закономерностях развития математики, о природе математических абстракций и оперативных символов, о борьбе нового и старого способны помочь им много больше, чем помогали ранее. Автор этих строк убедился в этом, когда исследовал научные революции в учении о числе в XVIII — начале XIX в., в математическом анализе и геометрии первой половины XIX в. Этот факт учли и соответствующим образом использовали в исследованиях и другие авторы [27].

При анализе научных революций в математике начиная, примерно, с конца XIX в. историкам математики также существенно необходимы

³ В нестандартном математическом анализе (см.: «Математическая энциклопедия», т. III, М., 1982, с. 1019—1020) аппарат дифференциального исчисления Лейбница — Ньютона с его «принципом отбрасывания» бесконечно малых высшего порядка получает научное обоснование. Однако этот факт не лишает критику Маркса доказательной силы, поскольку аппарат дифференциального исчисления Лейбница — Ньютона в их теориях и нестандартном математическом анализе основывается на существенно различных посылах.

идеи В. И. Ленина, изложенные им в «Материализме и эмпириокритицизме» и в его «Философских тетрадах».

Недавно вышел в свет последний, 50-й том второго издания сочинений К. Маркса и Ф. Энгельса на русском языке. Издание включает 39 томов основного раздела и 11 дополнительных томов. По сравнению с первым, второе издание содержит около 800 новых произведений и почти 700 новых писем⁴. В 11 дополнительных томах истории математики найдут новые высказывания Маркса и Энгельса, относящиеся к математике, о ее роли в разработке вопросов социальных наук. Последние имеют существенное значение для разработки истории математизации знания в XIX веке.

Однако в настоящее время не все рукописное наследие К. Маркса, относящееся к философско-методологическим вопросам математики и ее истории, увидело свет. Оно войдет в многотомное полное академическое собрание сочинений Маркса и Энгельса, подготовляемое Институтом марксизма-ленинизма при ЦК КПСС совместно с Институтом марксизма-ленинизма при ЦК СЕПГ [28]. Поскольку, однако, предварительное описание части этого наследия имеется [29], на нем целесообразно остановиться.

Маркс читал (промежуток 1878—1879 гг.) речь Э. Дюбуа-Реймона «Лейбницеvские идеи в современном естествознании» [30] и законспектировал его утверждение: «...Исследования Римана, Гельмгольца и других об аксиомах геометрии оказывают поддержку воззрениям Аристотеля и Локка на душу, как *tabula rasa*» [29, с. 87]. Было бы интересно воспроизвести и другие выписки Маркса из этой речи Дюбуа-Реймона и сопоставить их с высказываниями Лобачевского, Больяи, Римана и Гельмгольца о сущности посылок геометрии. Целесообразно сопоставить эти выписки Маркса с конспектом В. И. Ленина книги А. Рея «Современная философия». В. И. Ленин выписал следующее высказывание А. Рея, по сути развивающее выписанное Марксом утверждение Дюбуа-Реймона: «Математика, постепенно удаляясь от пространств, доступных чувственному восприятию и возвышаясь до пространства геометрического, не удаляется, однако, от реального пространства, т. е. от истинных отношений между вещами. Она скорее приближается к ним» [31]. Речь идет о математических абстракциях, характерных для математики второй половины XIX века, о том, как естествоиспытатели приближались к диалектико-материалистическому истолкованию их природы. Вопрос существенный для исследователей, занимающихся историей математики XIX—XX вв.

Маркс сделал выписки из работ Лейбница и Декарта, относящиеся к их трактовке движения, из переписки Лейбница с Кларком [32] и некоторых посмертных произведений Декарта [33]. Анализ этого материала, несомненно, помог бы историкам математики лучше понять «Математические рукописи» К. Маркса.

Не следует забывать, что в наше время научное, в частности рукописное наследие Маркса и Энгельса собрано не полностью. Не исключено, что будут найдены новые материалы, интересные для историков математики (см. [28, 29]).

Математические рукописи К. Маркса привлекли внимание математиков и историков математики зарубежных стран. Обращает на себя внимание статья Д. Я. Стройка, в которой концепция «алгебраического дифференцирования» К. Маркса сопоставляется с концепцией Коши и его последователей [34]. В 1963 г. Святослав Славков опубликовал монографию, посвященную математическим рукописям К. Маркса [35]. В 1974 и 1975 гг. «Математические рукописи» К. Маркса вышли в свет

⁴ Сокровищница революционной мысли (к завершению 2-го издания сочинений К. Маркса и Ф. Энгельса). Правда, 1983, 28 янв.

на немецком и итальянском языках. В 1977 г. был опубликован доклад Кеннеди о математических рукописях К. Маркса, зачитанный им на XV Международном математическом конгрессе [36]. Задача советских ученых — проследить на основе анализа такого рода литературы, какое влияние оказали работы Маркса на развитие философско- и историко-математических исследований в мире⁵.

Литература

1. Маркс К. Математические рукописи. М.: Наука, 1968 (пред., прим. и комментарии С. А. Яновской).
2. Маркс К. Математические рукописи.— Под знаменем марксизма, 1933, № 1, с. 15—73.— В сб.: Марксизм и естествознание. М.: Партиздат, 1933, с. 5—61.
3. Яновская С. А. Методологические проблемы науки. М.: Мысль, 1972.
4. Сборник статей по философии математики. М.: Учпедгиз, 1936.
5. Дунаева В. К вопросу о математическом методе в «Капитале» К. Маркса.— Вопросы экономики, № 8, 1967, с. 18—30.
6. Яновская С. А. Содержательная истинность и формально-логическая доказуемость в математике.— В кн.: Практика и познание. М.: Наука, 1973, с. 247—272.
7. См. [3]: О роли математической строгости в истории творческого развития математики и специально «Геометрии» Декарта, с. 243—274; «Историко-математические исследования» (далее цитируются как ИМИ), вып. XVII, 1966, с. 151—184.
8. Гливенко В. И. Понятие дифференциала у Маркса и Адамара. «Под знаменем марксизма», № 5, 1934, с. 79—85. М. Fréchet. Sur la notion de différentielle.— J. Mathématique, t. 16, 1937, p. 233—250.
9. ИМИ, вып. 11, 1958, с. 583—592.
10. Тр. Ин-та истории естествозн. и техн., 17, 1957, с. 287—299.
11. Яновская С. А. О мировоззрении Н. И. Лобачевского. ИМИ, вып. III, 1950, с. 60—64. См. [3], с. 107—149.
12. Рыбников К. А. Первые этапы развития вариационного исчисления. ИМИ, вып. II, 1949, с. 404—429.
13. Бахмутская Э. Я. Тимофей Федорович Осиповский и его «Курс математики». ИМИ, вып. V, 1952, с. 28—74.
14. См., напр., В. Н. Молодший. Основы учения о числе в XVIII — начале XIX в. М.: Просвещение, 1963. Юшкевич А. П., да Кунья Ж. А. и проблемы обоснования математического анализа. ИМИ, вып. XVIII, 1973, с. 157—175.
15. Юшкевич А. П. Математика в МГУ за первые 100 лет существования. ИМИ, вып. I, 1948, с. 43—140.
16. Лихолетов Н. И. и Яновская С. А. Из истории преподавания математики в Московском университете (1804—1860 гг.). ИМИ, вып. VIII, 1955, с. 129—130.
17. Лобачевский Н. И. Научно-педагогическое наследие. М.: Наука, 1976.
18. Галченкова Р. И. Математика в Ленинградском (Петербургском) университете в XIX в. ИМИ, вып. XIV, 1961, с. 355—392.
19. Рыбников К. А. История математики. 2-е изд. Изд. МГУ, 1974.
20. БСЭ, изд. 2-е, т. 26, 1954, с. 496—498.
21. «Философская энциклопедия», т. 3, 1964, с. 342/343.
22. Рыбников К. А. Математические рукописи К. Маркса.— Успехи матем. наук, 10: 1 (63), 1955, с. 197—199. Розов Н. Х. Математические рукописи К. Маркса. Там же, т. 23, вып. 5 (143), 1968, с. 205—210.
23. Яновская С. А. О математических рукописях Маркса.— Под знаменем марксизма, № 1, 1933, с. 74—115.
24. Рузавин Г. И. Математические рукописи К. Маркса и некоторые проблемы методологии математики.— Вопросы философии, № 12, 1968, с. 59—70.
25. Киселева Н. А. Карл Маркс и математика. «Математика в школе», № 1, 1969, с. 5—10. Молодший В. Н. О математических рукописях К. Маркса, там же, с. 10—23.
26. История отечественной математики, т. 4, кн. 2, Киев, 1970, с. 460, 461, 465, 496. См. статьи А. П. Юшкевича о развитии истории математики в СССР. ИМИ, вып. XI, 1958, ИМИ, вып. XXIV, 1979.
27. Рыбников К. А. О так называемых творческих и критических периодах в истории математического анализа. ИМИ, вып. VII, 1954, с. 643—665. Молодший В. Н. Основы учения о числе в XVIII и начале XIX в. М.: Просвещение, 1963. Молодший В. Н. О Коши и революции в математическом анализе первой четверти XIX в. ИМИ, вып. XXIII, 1978, с. 32—55. Молодший В. Н. О философско-методологических предпосылках открытия и разработки Н. И. Лобачевским неевклидовой геометрии.— Философские науки, № 4, 1980, с. 75—85.
28. Сенкина О. К. Ф. Энгельс и история науки и техники (по рукописным материалам

⁵ Переработанный и дополненный текст доклада, сделанного во 2-й Школе по истории математики в г. Лиепая.

- Ф. Энгельса в Институте марксизма-ленинизма при ЦК КПСС).— Вопросы истории естествознания и техники, вып. 3 (32), 1970, с. 14—19.
29. *Криницкий А. М.* Работа К. Маркса над вопросами естествознания (сообщение по неопубликованным материалам).— Вопросы философии, 1 (3), 1948, с. 72—92.
 30. *Du Bois-Reymond E.* Zwei Festreden in öffentlichen Sitzungen der Kgl. Preuss. Akademie der Wissenschaften, 1871.
 31. *В. И. Ленин.* Полн. собр. соч., т. 29, с. 482.
 32. *Leibnizii.* Opera philosophica/Ed. Erdmann. Berlin, 1840, pars prior, p. 774—775.
 33. *Descartes R.* Opuscula postuma physica et mathematica. Amsterdami, 1701.
 34. *Dirk J. Struik.* Marx and Mathematics, Science and Society (A centenary of Marxism), 1948, 12, № 1, p. 181—196.
 35. *Святослав Славков.* К. Маркс и някои проблемы на математиката. София, 1963.
 36. *Хьюберт К. Кеннеди* (Hubert C. Kennedy). Карл Маркс и основания дифференциального исчисления. Доклад опубликован в *Historia mathematica*, 4, 1977, с. 303—318. Рус. пер. с доп. см. ИМИ, вып. XXVI, 1982.

«MATHEMATICAL MANUSCRIPTS» OF K. MARX AND THE DEVELOPMENT
OF THE HISTORY OF MATHEMATICS IN THE USSR

V. N. MOLODSHIY

The author considers the main trends in the studies of the Soviet historians of mathematics connected with the ideas expressed in the «Mathematical manuscripts» of K. Marx.